Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

1ère Master Physique Médicale. **Durée : *1h 30mn.***

Sol-Examen : Méthodes de traitement du signal et d'images.

Questions de cours : (6 pts)

1. Les filtres RII ont généralement un temps d'exécution plus court que les filtres RIF ?
   - Faux : ……
   - Vrai : X
2. Quelle est la principale caractéristique d'un processus stationnaire au sens large ?
   a) La moyenne et la variance ne dépendent pas du temps.
   b) La trajectoire est linéaire.
   c) Les variables aléatoires sont indépendantes.
   d) La trajectoire est toujours monotone.
3. L'unité de la résolution d'impression en *dpi/ppp*, veut dire :
   a) *d*ot *p*ixel *i*nch/*p*oint *p*ar *p*oint.
   b) *d*ot *p*er *i*nch/ *p*ixel *p*ar *p*oint.
   c) *d*ot *p*er *i*nch/*p*oint *p*ar *p*ixel.
4. Quelle est la principale étape de prétraitement souvent utilisée avant la détection des contours pour réduire le bruit dans une image médicale ?
   a) Seuillage.
   b) Filtrage.
   c) Normalisation.
   d) Égalisation d'histogramme.
5. Quel est l'objectif principal du seuillage dans le contexte du traitement d'images médicales ?
   a) Réduire le bruit.
   b) Améliorer le contraste.
   c) Segmenter les structures d'intérêt.
   d) Toutes les réponses ci-dessus.
6. La façon la plus simple d'exploiter la faible sensibilité de l'œil à la chrominance est simplement de :
   a) Sous-échantillonner les signaux de chrominance.
   b) Sous-échantillonner les signaux de luminance.
   c) Sous-échantillonner la composante U de l'espace couleur YUV.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

***Exercice n°1*: (4 pts)**

Soit $x[n]$=[1, 0, 0, 1] et $y[n]$=[1, -1, 1, -1]

a) Calculez la *TFD* des signaux $x[n]$ et $y[n]$;
b) Tracer les spectres de $x[n]$ et $y[n]$.
c) Déterminez la *TFD inverse* de $Z[k]$= [2, -1-j, 0, -1+j] ;

NB : On donne la formule de la TFD : $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

La TFD inverse : $x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

Correction n°1 :

TFD de $x[n]$:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{3} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}kn}$$

$$X(0) = 1 \cdot e^{-j\cdot 0} + 0 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{6\pi}{4}}$$

$$X(1) = 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{6\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{8\pi}{4}}$$

$$X(2) = 1 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{8\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{12\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{16\pi}{4}}$$

$$X(3) = 1 \cdot e^{-j\frac{6\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{12\pi}{4}} + 0 \cdot e^{-j\frac{18\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{24\pi}{4}}$$

$$\begin{aligned} A_0 &= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 2, \\ A_1 &= 1 + 0 + 0 + e^{-3i\pi/2} = 1 + i, \\ A_2 &= 1 + 0 + 0 + e^{-6i\pi/2} = 0, \\ A_3 &= 1 + 0 + 0 + e^{-9i\pi/2} = 1 - i. \end{aligned}$$

TFD de $y[n]$:

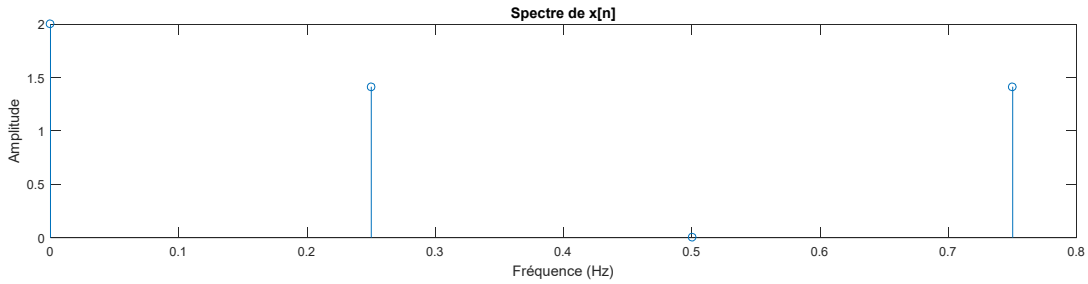
$$Y(k) = \sum_{n=0}^{3} y[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}kn}$$

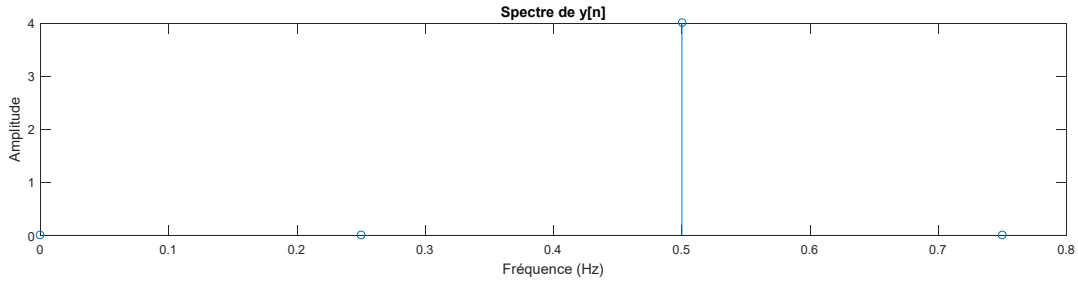
$$Y(0) = 1 \cdot e^{-j\cdot 0} + (-1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{6\pi}{4}} = 0$$

$$Y(1) = 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{4\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{6\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{8\pi}{4}} = 0$$

$$Y(2) = 1 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{8\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{12\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{16\pi}{4}} = 4$$

$$Y(3) = 1 \cdot e^{-j\frac{6\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{12\pi}{4}} + 1 \cdot e^{-j\frac{18\pi}{4}} + (-1) \cdot e^{-j\frac{24\pi}{4}} = 0$$





$$b_n = \frac{1}{N}\sum_{0}^{N-1} B_k e^{2i\pi kn/N} = \frac{1}{4}\sum_{0}^{3} B_k e^{i\pi kn/2},$$

d'où

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{1}{4}[B_0 + B_1 + B_2 + B_3] = 0,\\
b_1 &= \frac{1}{4}[B_0 + e^{i\pi/2}B_1 + e^{i\pi}B_2 + e^{3i\pi/2}B_3\\
&= \frac{1}{4}[2 - i + 1 + 0 + +i + 1] = 1,\\
b_2 &= \frac{1}{4}[2 + 1 + i + 0 + 1 - i] = 1,\\
b_3 &= \frac{1}{4}[B_0 + e^{3i\pi/2}B_1 + e^{6i\pi/2}B_2 + e^{9i\pi/2}B_3] = 0.
\end{aligned}$$

d'où: $z[n]$ =[0, 1, 1, 0].

<u>Exercice n°2</u>: (6 pts)

Soit $x[n]$=[0, 1, 1, 1, 0] un processus aléatoire non centré.

a) Calculer la moyenne $\bar{x}$;

b) Calculer la variance $Var=\hat{\sigma}_x^2$;

c) Calculer la fonction d'auto-corrélation $R_x[k]$;

d) Calculer l'énergie totale et la puissance moyenne de $x[n]$.

<u>NB :</u> On donne les formules suivantes :

$$\bar{x} = \mu_x = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

$$Var(x) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} (x[n] - \mu)^2$$

$$R_x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot x[n-k]$$

$$E_x = \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

$$P_{\text{moy}} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \approx \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

Correction n°2 :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Pour la séquence $x = [0, 1, 1, 1, 0]$, calculons la moyenne statistique :

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(0 + 1 + 1 + 1 + 0) = \frac{3}{5}$$

$$Var(x) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (x[n] - \mu)^2$$

Maintenant, calculons la variance :

$$Var(x) = \frac{1}{5} \left((0 - \frac{3}{5})^2 + (1 - \frac{3}{5})^2 + (1 - \frac{3}{5})^2 + (1 - \frac{3}{5})^2 + (0 - \frac{3}{5})^2\right)$$

Simplifions cela :

$$Var(x) = \frac{1}{5} \left(\frac{9}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} + \frac{9}{25}\right) = \frac{30}{125} = \frac{6}{25}$$

Par conséquent, la variance de la séquence x est $\frac{6}{25}$.

La fonction d'auto-corrélation d'une séquence $x[n]$ est définie comme suit :

$$R_x[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot x[n-k]$$

Cependant, pour une séquence finie $x[n]$ de longueur N, la fonction d'auto-corrélation devient :

$$R_x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot x[n-k]$$

Dans le cas de $x = [0, 1, 1, 1, 0]$, la fonction d'auto-corrélation $R_x[k]$ pour différentes valeurs de k peut être calculée comme suit :

- $R_x[0] = \sum_{n=0}^{4} x[n] \cdot x[n-0] = 0^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2$
- $R_x[1] = \sum_{n=0}^{3} x[n] \cdot x[n-1] = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0$
- $R_x[2] = \sum_{n=0}^{2} x[n] \cdot x[n-2] = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1$
- $R_x[3] = \sum_{n=0}^{1} x[n] \cdot x[n-3] = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0$
- $R_x[4] = \sum_{n=0}^{0} x[n] \cdot x[n-4] = 0 \cdot 0$

La fonction d'auto-corrélation est donc $R_x[k] = [3, 2, 1, 0, 0]$

L'énergie totale d'une séquence $x[n]$ est définie comme la somme des carrés de ses échantillons. Mathématiquement, l'énergie E_x est donnée par :

$$E_x = \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

Pour la séquence $x = [0, 1, 1, 1, 0]$, calculons l'énergie totale :

$$E_x = |0|^2 + |1|^2 + |1|^2 + |1|^2 + |0|^2$$

$$E_x = 0 + 1 + 1 + 1 + 0$$

$$E_x = 3$$

Par conséquent, l'énergie totale de la séquence x est 3.

La puissance moyenne P_{moy} d'une séquence $x[n]$ est définie comme la moyenne temporelle de la puissance instantanée. Mathématiquement, la puissance moyenne est donnée par :

$$P_{\text{moy}} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2$$

Cependant, pour une séquence finie, comme $x = [0, 1, 1, 1, 0]$, on peut calculer une approximation de la puissance moyenne en utilisant la moyenne des puissances instantanées :

$$P_{\text{moy}} \approx \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

Calculons cela pour la séquence x, où $N = 5$ dans ce cas :

$$P_{\text{moy}} \approx \frac{1}{5}(0^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2) = \frac{1}{5}(3) = \frac{3}{5}$$

Ainsi, la puissance moyenne de la séquence x est $\frac{3}{5}$.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

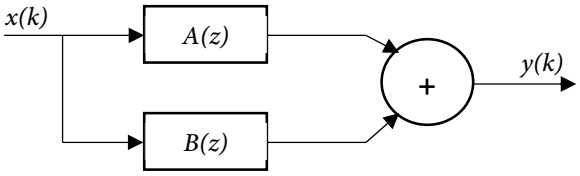
Département de Physique

Exercice n°3: ***(4 pts)***

On considère une structure de filtre numérique faite de la mise en parallèle de 2 filtres du premier ordre de fonctions de transfert *A(z)* et *B(z)*.

A(z) est régie par l'équation aux différences : *y(k)=5x(k)+y(k-1)*

B(z) est régie par l'équation aux différences : *y(k)=2x(k)-0,5y(k-1)*



a) Donner les transformées en *z* : *A(z)* et *B(z)* ?

b) En utilisant les expressions des équations aux différences, représenter la structure de chacun des 2 filtres *A(z)* et *B(z)* à l'aide de multiplieurs, d'additionneurs et de cellules retard.

NB : On donne la formule suivante :

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) z^{-k}$$

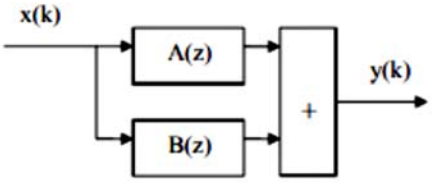
Correction n°3 :

1 Filtres numériques

On considère une structure de filtre numérique faite de la mise en parallèle de 2 filtres du premier ordre de fonctions de transfert A(z) et B(z)

A(z) est régie par l'équation aux différences : y(k)= 5x(k)+y(k-1)

B(z) est régie par l'équation aux différences : y(k)= 2x(k)-0,5y(k-1)

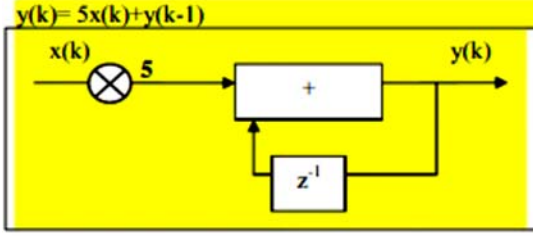


1.1 1°) Donner les transformées en z A(z) et B(z)

$$A(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{5}{1 - z^{-1}} \qquad B(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2}{1 + 0{,}5 z^{-1}}$$

1.2 2°) En utilisant les expressions des équations aux différences, représenter la structure de chacun des 2 filtres A(z) et B(z) à l'aide de multiplieurs, d'additionneurs et de cellules retard.

y(k)= 5x(k)+y(k-1)



y(k)= 2x(k)-0,5y(k-1)